

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

**ФИЗИКА НА ЗАОЧНОМ ФАКУЛЬТЕТЕ  
КРАТКИЙ КУРС ЛЕКЦИЙ  
ЧАСТЬ II. ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ.  
ВОЛНОВАЯ И КВАНТОВАЯ ОПТИКА**

Учебно-методическое пособие

ДГТУ  
Ростов-на-Дону  
2022

## ЭЛЕКТРОСТАТИКА

### Тема 1. Теорема Остроградского-Гаусса для электростатического поля

**Электростатическое поле** – это особый вид материи, с помощью которой происходит взаимодействие заряженных тел.

**Закон Кулона:** сила взаимодействия  $F$  между двумя неподвижными точечными зарядами  $q_1$  и  $q_2$  прямопропорциональна величинам этих зарядов и обратно пропорциональна квадрату расстояния  $r$  между ними:

$$F = k \frac{q_1 q_2}{\varepsilon r^2}, \text{ где } k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \text{ } (\varepsilon_0 - \text{электрическая постоянная});$$

$\varepsilon$  – диэлектрическая проницаемость среды, показывающая во сколько раз сила взаимодействия зарядов в данной среде меньше, чем в вакууме.

Электрические поля, которые создаются неподвижными электрическими зарядами, называются **электростатическими**.

**Напряженность электростатического поля** в данной точке есть физическая величина  $\vec{E}$ , определяемая силой, действующей на пробный точечный положительный заряд  $q_0$ , помещенный в эту точку поля, то есть:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}.$$

Электростатическое поле может быть изображено графически с помощью **силовых линий**. **Силовая линия** — это такая линия, касательная в каждой точке к которой совпадает по направлению с вектором напряженности электростатического поля в данной точке (рис. 1, 2).

Если поле создается точечным зарядом, то силовые линии – это радиальные прямые, выходящие из положительного заряда (рис. 2, а), и входящие в отрицательный заряд (рис. 2, б).

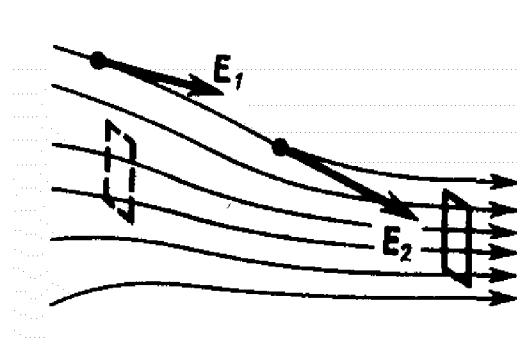


Рис. 1

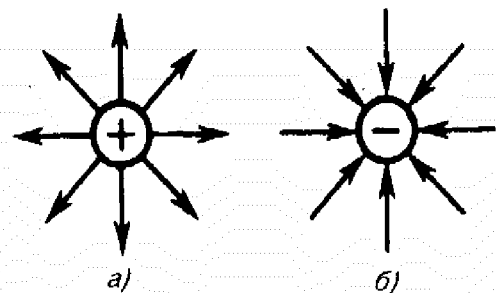


Рис. 2

С помощью силовых линий можно характеризовать не только направление, но и величину напряженности электростатического поля, связывая ей с густотой силовых линий. Большей густоте силовых линий соответствует большая величина напряженности (рис. 1, 2). Количественно числу силовых линий, пронизывающих единичную площадку, расположенную перпендикулярно силовым линиям, ставится в соответствие величина напряженности

электростатического поля. В этом случае определенному заряду  $q$ , создающему поле, соответствует определенное число  $N$  силовых линий, выходящих (для  $q > 0$ ) из заряда или входящих (для  $q < 0$ ) в заряд, а именно:  $N = q / \varepsilon_0$ .

**Поток вектора напряженности электростатического поля  $\vec{E}$  через произвольную площадку  $S$**  характеризуется числом силовых линий, пронизывающих данную площадку  $S$ .

Если площадка  $S$  перпендикулярна силовым линиям (рис. 3), то поток  $\Phi_E$  вектора напряженности  $\vec{E}$  через данную площадку  $S$ :  $\Phi_E = E S$ .

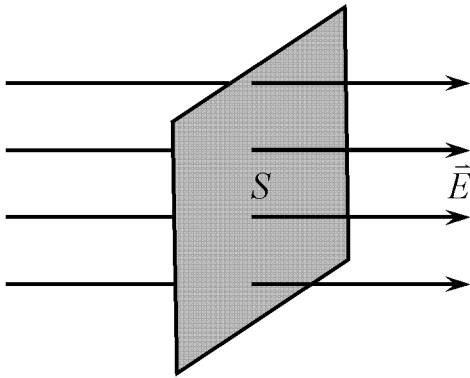


Рис. 3

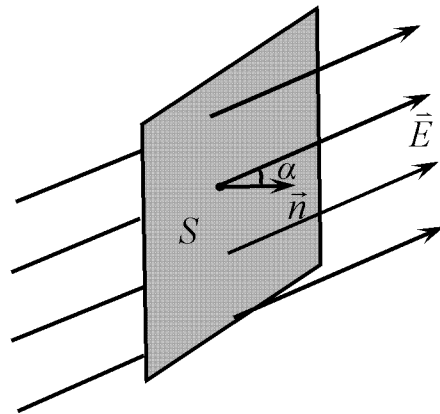


Рис. 4

Если же площадка  $S$  расположена неперпендикулярно силовым линиям электростатического поля (рис. 4), то поток вектора  $\vec{E}$  через данную площадку  $S$ :

$$\Phi_E = E S \cos \alpha,$$

где  $\alpha$  – угол между векторами напряженности  $\vec{E}$  и нормали  $\vec{n}$  к площадке  $S$ .

Для того, чтобы найти поток  $\Phi_E$  вектора напряженности  $\vec{E}$  через произвольную поверхность  $S$ , необходимо разбить эту поверхность на элементарные площадки  $dS$  (рис. 5), определить элементарный поток  $d\Phi_E$  через каждую площадку  $dS$  по формуле:

$$d\Phi_E = E \cos \alpha dS,$$

а затем все эти элементарные потоки  $d\Phi_E$  сложить, что приводит к интегрированию:

$$\Phi_E = \int_S d\Phi_E = \int_S E \cos \alpha dS,$$

где  $\alpha$  – угол между векторами напряженности  $\vec{E}$  и нормали  $\vec{n}$  к данной элементарной площадке  $dS$ .

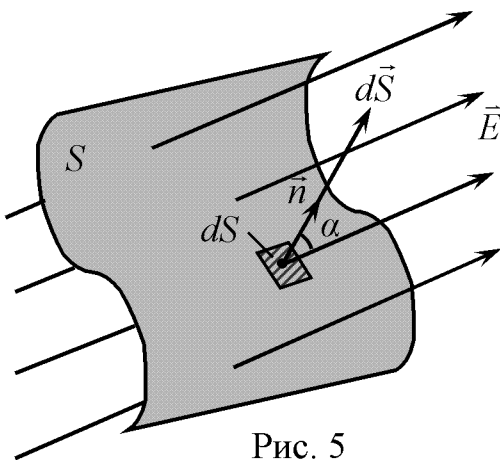


Рис. 5

Если ввести вектор  $d\vec{S}$  (рис. 5) как вектор, равный по величине площади площадки  $dS$  и направленный по вектору нормали  $\vec{n}$  к площадке  $dS$ , то величина  $E \cos \alpha dS$ , где  $\alpha$  – угол между векторами  $\vec{E}$  и  $d\vec{S}$  может быть записана в виде скалярного произведения векторов  $\vec{E}$  и  $d\vec{S}$ , то есть, как  $\vec{E} d\vec{S}$ , а полученное соотношение для потока вектора  $\vec{E}$  примет вид:

$$\Phi_E = \int_S d\Phi_E = \int_S E \cos \alpha dS = \int_S \vec{E} d\vec{S}.$$

### Теорема Остроградского - Гаусса для электростатического поля.

Теорема Остроградского - Гаусса для электростатического поля связывает между собой величину потока  $\Phi_E$  вектора напряженности электростатического поля *в вакууме* через произвольную замкнутую поверхность  $S$  с величиной заряда  $q$ , заключенного внутри данной замкнутой поверхности  $S$  (рис. 6).

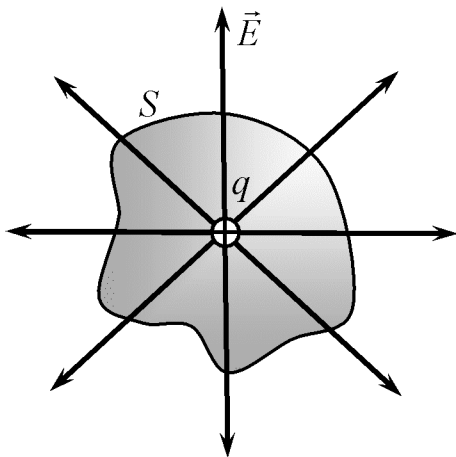


Рис. 6

Поскольку все силовые линии, выходящие из заряда (для  $q > 0$ ) или входящие в заряд (для  $q < 0$ ), пронизывают произвольную замкнутую поверхность  $S$ , охватывающую этот заряд (рис. 6), то величина потока  $\Phi_E$  вектора  $\vec{E}$  через эту поверхность  $S$  будет определяться числом  $N$  силовых линий выходящих из заряда (для  $q > 0$ ) или входящих в заряд (для  $q < 0$ ):

$$\Phi_E = \oint_S E \cos \alpha dS = \oint_S \vec{E} d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon_0}.$$

Это соотношение есть **теорема Остроградского-Гаусса** для электростатического поля.

Так как поток считается положительным, если силовые линии выходят из поверхности  $S$ , и отрицательным для линий, входящих в поверхность  $S$ , то в случае, если внутри произвольной замкнутой поверхности  $S$  находится не один, а несколько ( $n$ ) разноименных зарядов, то **теорема Остроградского - Гаусса** для электростатического поля формулируется следующим образом:

**поток вектора напряженности электростатического поля в вакууме через произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме заключенных внутри этой поверхности зарядов, деленной на  $\epsilon_0$ :**

$$\Phi_E = \oint_S E \cos \alpha dS = \oint_S \vec{E} d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^n q_i.$$

## Тема 2. Работа сил электростатического поля. Потенциал

Если в электростатическом поле, создаваемом точечным зарядом  $q$ , перемещается другой пробный заряд  $q_0$  из точки  $1$  в точку  $2$  вдоль произвольной траектории (рис. 7), то при этом совершается работа сил электростатического поля.

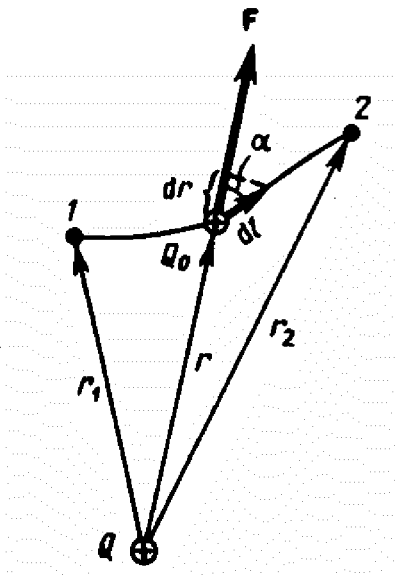


Рис. 7

Элементарная работа  $dA$  силы  $\vec{F}$  на элементарном перемещении  $d\vec{l}$  равна:  $dA = \vec{F} d\vec{l} = F \cos \alpha dl$ .

Из рисунка 7 видно, что  $\cos \alpha dl = dr$ .

Тогда  $dA = F dr = k \frac{qq_0}{r^2} dr$  ( $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ ).

Работа  $A$  при перемещении заряда  $q_0$  вдоль траектории от точки  $1$  до точки  $2$ :

$$A_{12} = \int dA = \int_{r_1}^{r_2} k \frac{qq_0}{r^2} dr = kqq_0 \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = q_0 \left( k \frac{q}{r_1} - k \frac{q}{r_2} \right),$$

то есть работа при перемещении заряда из точки  $1$  в точку  $2$  в электростатическом поле не зависит от траектории перемещения, а определяется только

положениями начальной и конечной точек. Поэтому **электростатическое поле точечного заряда является потенциальным**.

Работа, совершаемая силами электростатического поля при перемещении заряда  $q_0$  из точки  $1$  в точку  $2$ , выражается следующим образом:

$$A_{12} = q_0 \left( k \frac{q}{r_1} - k \frac{q}{r_2} \right) = q_0 (\varphi_1 - \varphi_2),$$

где  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  – **потенциалы электростатического поля** в точках  $1$  и  $2$ .

Потенциал электростатического поля определяется с точностью до произвольной аддитивной постоянной  $C$ , то есть для поля точечного заряда  $q$ :

$$\varphi = k \frac{q}{r} + C.$$

Тогда

$$\varphi_1 = k \frac{q}{r_1} + C, \quad \varphi_2 = k \frac{q}{r_2} + C.$$

**Разность потенциалов** двух точек  $1$  и  $2$  в электростатическом поле определяется работой, совершаемой силами электростатического поля, при перемещении пробного точечного заряда  $q_0$  из точки  $1$  в точку  $2$ :

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{A_{12}}{q_0}.$$

### Связь между напряженностью и потенциалом электростатического поля

Напряженность  $\vec{E}$  и потенциал  $\varphi$  электростатического поля связаны между собой следующим образом:

$$\vec{E} = -\text{grad } \varphi$$

$$\text{или } \vec{E} = -\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \vec{k}\right), \text{ где}$$

$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  – единичные векторы координатных осей  $Ox, Oy, Oz$ , соответственно.

Знак минус в приведенной формуле означает, что вектор напряженности  $\vec{E}$  электростатического поля направлен в *сторону максимального убывания* потенциала  $\varphi$ .

Для графического изображения распределения потенциала электростатического поля используются **эквипотенциальные поверхности**, то есть поверхности, во всех точках которых потенциал  $\varphi$  имеет одно и то же значение.

Например, для поля, созданного точечным зарядом  $q$ ,

потенциал  $\varphi$  определяется выражением:  $\varphi = k \frac{q}{r}$ , а

эквипотенциальными поверхностями являются концентрические сферы (рис. 8).

Из этого рисунка видно, что в случае точечного заряда силовые линии поля (штриховые линии на рисунке) *нормальны* (перпендикулярны) к эквипотенциальным поверхностям (сплошные линии на рисунке).

Это свойство *нормального* взаимного расположения силовых линий и эквипотенциальных поверхностей электростатического поля является общим для любых

случаев электростатического поля.

Таким образом, зная расположение силовых линий электростатического поля, можно построить эквипотенциальные поверхности этого электростатического поля и, наоборот, по известному расположению эквипотенциальных поверхностей электростатического поля можно построить силовые линии электростатического поля.

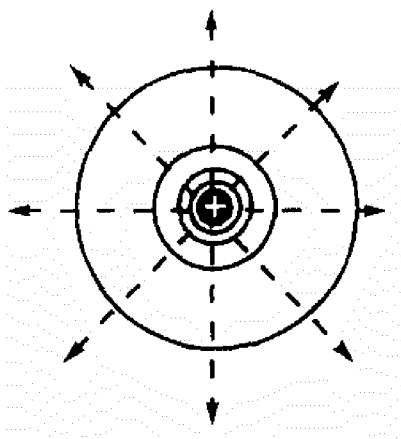


Рис. 8

## МАГНИТНОЕ ПОЛЕ

### Тема 3. Магнитное поле. Закон Био-Савара-Лапласа

Электрический ток создает поле, действующее на магнитную стрелку. Стрелка ориентируется по касательной к окружности, лежащей в плоскости, перпендикулярной к проводнику с током (рис. 9).

Основной характеристикой магнитного поля является вектор индукция  $\vec{B}$ . Принято, что вектор индукция  $\vec{B}$  магнитного поля направлен в сторону северного полюса магнитной стрелки, помещенной в данную точку поля (рис. 9).

По аналогии с электрическим полем, магнитное поле также может быть изображено графически с помощью **силовых линий** (линий индукции магнитного поля).

**Силовая линия** – это такая линия, касательная к которой в каждой точке совпадает по направлению с вектором индукции  $\vec{B}$  магнитного поля. Силовые линии магнитного поля, в отличие от силовых линий электростатического поля, являются замкнутыми и охватывают проводники с током. Направление силовых линий задается правилом правого винта (правилом буравчика): головка винта, ввинчиваемого по направлению тока, вращается в направлении линий магнитной индукции (рис. 9).

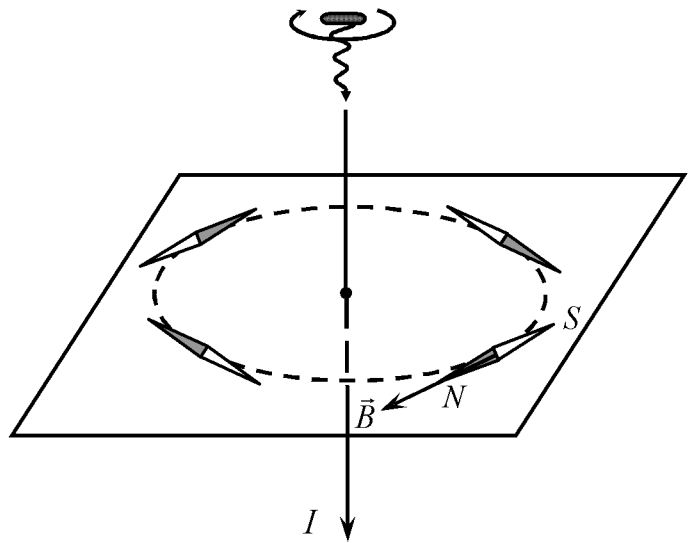


Рис. 9

Для нескольких источников магнитного поля согласно принципу суперпозиции магнитных полей индукция результирующего магнитного поля равна векторной сумме индукций всех отдельных магнитных полей:

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^N \vec{B}_i.$$

Вектор индукции  $\vec{B}$  магнитного поля, создаваемого проводником с током  $I$ , можно определить с помощью **закона Био-Савара-Лапласа**. При этом необходимо учесть то, что **закон Био-Савара-Лапласа** позволяет найти модуль и направление лишь вектора индукции  $d\vec{B}$  магнитного поля, создаваемого элементом проводника  $d\vec{l}$  с током  $I$ . Поэтому для определения вектора индукции  $\vec{B}$  магнитного поля, создаваемого проводником с током  $I$ , необходимо первоначально разбить этот проводник на элементы проводника  $d\vec{l}$ , для каждого элемента с помощью **закона Био-Савара-Лапласа** найти вектор индукции  $d\vec{B}$ , а затем, используя принцип суперпозиции магнитных полей, сложить векторно все найденные вектора индукции  $d\vec{B}$ .

**Закон Био-Савара-Лапласа** в векторной форме:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} I \frac{[d\vec{l} \vec{r}]}{r^3},$$

где  $d\vec{B}$  – индукция магнитного поля в точке  $M$ , заданной радиусом-вектором  $\vec{r}$ , проведенным от начала вектора  $d\vec{l}$  до этой точки (рис. 10);

$[d\vec{l} \vec{r}]$  – векторное произведение векторов  $d\vec{l}$  и  $\vec{r}$ ;

$\mu_0$  – магнитная постоянная,

$\mu$  – магнитная проницаемость среды.

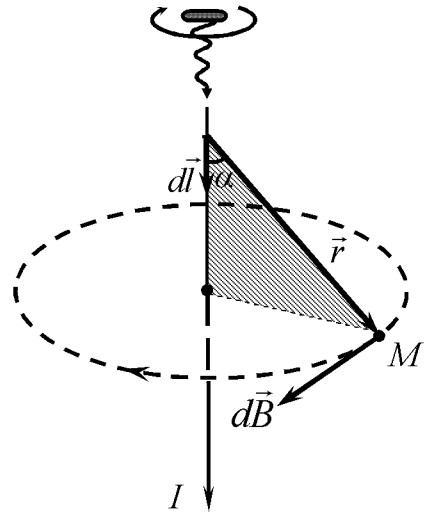


Рис. 10

Направление вектора  $d\vec{B}$  перпендикулярно плоскости, в которой лежат векторы  $d\vec{l}$  и  $\vec{r}$ , (рис. 10), и совпадает с касательной к силовой линии магнитного поля. Это направление может быть найдено по правилу правого винта: направление вращения головки винта дает направление вектора  $d\vec{B}$ , если поступательное движение винта соответствует направлению тока в элементе проводника.

В скалярном виде закон Био-Савара-Лапласа:

$$dB = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I dl \sin \alpha}{r^2},$$

где  $\alpha$  – угол между векторами  $d\vec{l}$  и  $\vec{r}$ .

**Магнитное поле линейного тока.** Для нахождения величины индукции магнитного поля, созданного прямым проводником с током бесконечной длины (рис. 11), необходимо разбить весь проводник на элементы  $d\vec{l}$ , для каждого элемента проводника  $d\vec{l}$  с током  $I$  найти вектор индукции  $d\vec{B}$ , а затем векторно сложить все найденные  $d\vec{B}$ .

В произвольной точке  $M$ , удаленной от оси проводника на расстояние  $b$ , векторы  $d\vec{B}$  от всех элементов тока имеют одинаковое направление, перпендикулярное плоскости чертежа («к нам»). Поэтому сложение векторов  $d\vec{B}$  можно заменить сложением их модулей, в результате чего получено следующее выражение для модуля вектора  $d\vec{B}$  в точке  $M$ :

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{2I}{b}.$$



### Магнитное поле в центре кругового проводника с током

Для нахождения индукции магнитного поля в центре кругового проводника с током необходимо разбить этот проводник на элементы  $d\vec{l}$ , для каждого из них найти вектор  $d\vec{B}$ , а затем все эти векторы сложить. Так как все векторы  $d\vec{B}$  направлены вдоль нормали к плоскости витка (рис. 11), то сложение векторов  $d\vec{B}$  можно заменить сложением их модулей  $dB$ .

По закону Био-Савара-Лапласа модуль вектора  $d\vec{B}$ :

$$dB = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I dl \sin \alpha}{r^2}.$$

Так как все элементы  $d\vec{l}$  проводника перпендикулярны соответствующим радиусам-векторам  $\vec{r}$ , то  $\sin \alpha = 1$  для всех элементов  $d\vec{l}$ .

Расстояния  $r = R$  для всех элементов проводника  $d\vec{l}$ .

Тогда выражение для модуля вектора  $d\vec{B}$ :

$$dB = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I}{R^2} dl.$$

Теперь можно перейти к интегрированию:

$$B = \int dB = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I}{R^2} \oint_L dl = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I}{R^2} 2\pi R = \mu_0 \mu \frac{I}{2R}.$$

Итак, индукция магнитного поля в центре кругового проводника с током:

$$B = \mu_0 \mu \frac{I}{2R} \quad (R - \text{радиус витка с током } I).$$

### Тема 4. Действие магнитного поля на проводник с током (закон Ампера) и на движущийся заряд (сила Лоренца)

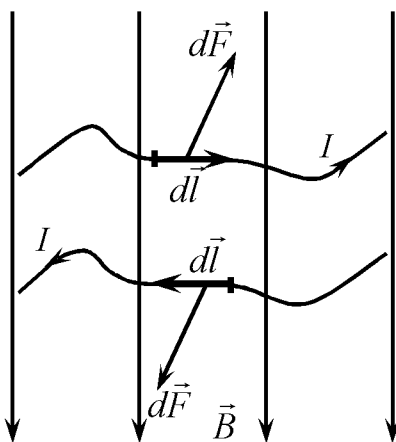


Рис. 12

**Закон Ампера.** На элемент проводника  $d\vec{l}$  с током  $I$ , помещённый в магнитное поле с индукцией  $\vec{B}$  (рис. 12), действует сила  $d\vec{F}$  ( $d\vec{F}$  – сила Ампера):

$$d\vec{F} = I [d\vec{l} \times \vec{B}].$$

Модуль вектора  $d\vec{F}$ :  $dF = I B \sin \alpha dl$ ,

где  $\alpha$  – угол между векторами  $d\vec{l}$  и  $\vec{B}$ .

Направление вектора  $d\vec{F}$  можно определить по *правилу левой руки*: если силовые линии входят в ладонь, а четыре вытянутых пальца располагаются по току, то отведённый большой палец укажет направление вектора силы Ампера  $d\vec{F}$ .

(Сила  $d\vec{F}$  перпендикулярна плоскости рисунка 12.)

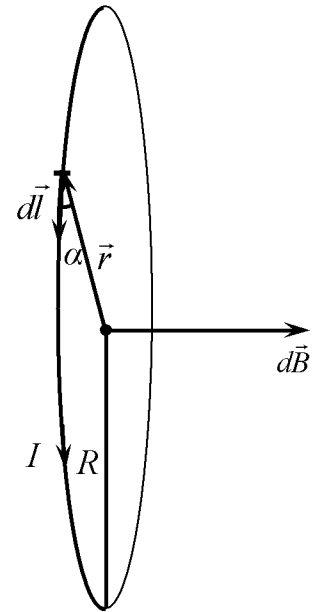


Рис. 11

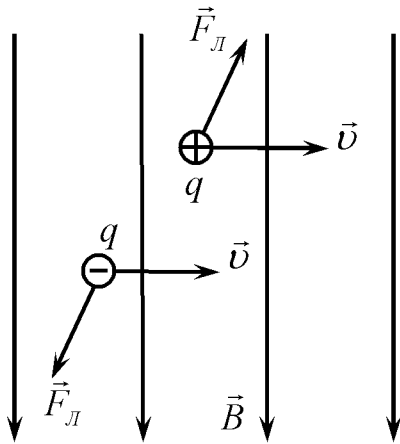


Рис. 13

**Сила Лоренца.** На заряд  $q$ , движущийся со скоростью  $\vec{v}$  в магнитном поле с индукцией  $\vec{B}$  (рис. 13), действует сила  $\vec{F}_L$  ( $\vec{F}_L$  – **сила Лоренца**):

$$\vec{F}_L = q [\vec{v} \vec{B}] .$$

Модуль вектора  $\vec{F}_L$  :  $F_L = q v B \sin \alpha$ ,

где  $\alpha$  – угол между векторами  $\vec{v}$  и  $\vec{B}$ .

Направление вектора  $\vec{F}_L$  может быть определено по *правилу левой руки* для движущихся положительных зарядов и по *правилу правой руки* для движущихся отрицательных зарядов:

если силовые линии магнитного поля входят в ладонь, а четыре вытянутых пальца располагаются по скорости движения частицы, то отведённый большой палец укажет направление **силы Лоренца** (рис. 13, сила  $\vec{F}_L$  перпендикулярна плоскости рисунка).

### Тема. 5. Магнитный поток. Теорема Гаусса для магнитного поля

**Поток вектора магнитной индукции  $\vec{B}$**  (или **магнитный поток**) через произвольную площадку  $S$  характеризуется числом силовых линий магнитного поля, пронизывающих данную площадку  $S$ .

Если площадка  $S$  расположена перпендикулярно силовым линиям магнитного поля (рис. 14), то поток  $\Phi_B$  вектора индукции  $\vec{B}$  через данную площадку  $S$ :

$$\Phi_B = B S .$$

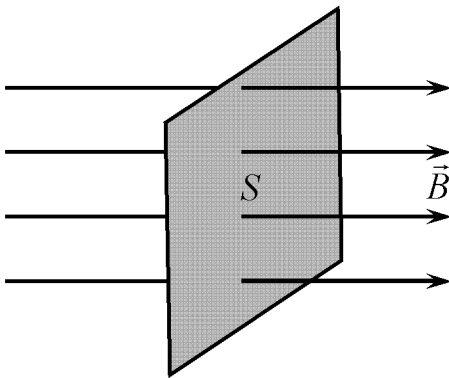


Рис. 14

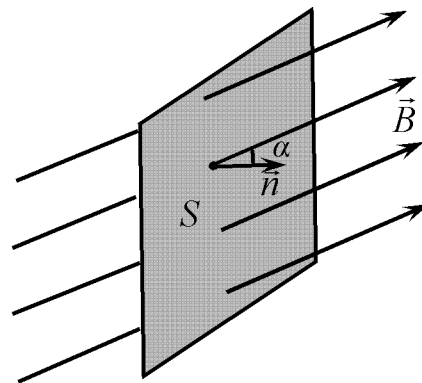


Рис. 15

Если площадка  $S$  расположена неперпендикулярно силовым линиям магнитного поля (рис. 15), то поток  $\Phi_B$  вектора индукции  $\vec{B}$  через данную площадку  $S$ :

$$\Phi_B = B S \cos \alpha ,$$

где  $\alpha$  – угол между векторами  $\vec{B}$  и нормали  $\vec{n}$  к площадке  $S$ .

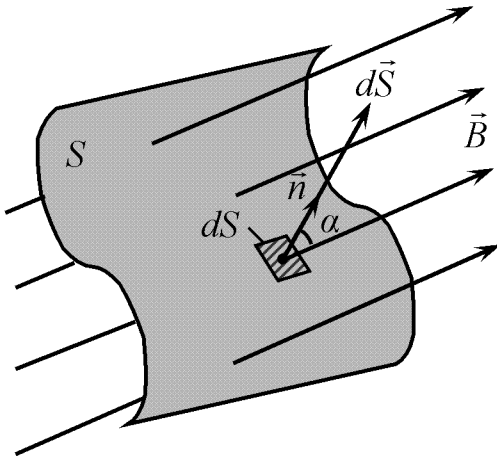


Рис. 16

Для того, чтобы найти поток  $\Phi_B$  вектора магнитной индукции  $\vec{B}$  через произвольную поверхность  $S$ , необходимо разбить эту поверхность на элементарные площадки  $dS$  (рис. 16) и определить элементарный поток  $d\Phi_B$  вектора  $\vec{B}$  через каждую площадку  $dS$  по формуле:

$$d\Phi_B = B \cos \alpha dS = \vec{B} d\vec{S},$$

где  $\alpha$  – угол между векторами  $\vec{B}$  и нормали  $\vec{n}$  к данной площадке  $dS$ ;

$d\vec{S}$  – вектор, равный по величине площади площадки  $dS$  и направленный по вектору нормали  $\vec{n}$  к данной площадке  $dS$ .

Тогда поток вектора  $\vec{B}$  через произвольную поверхность  $S$  равен алгебраической сумме элементарных потоков  $d\Phi_B$  через все элементарные площадки  $dS$ , на которые разбита поверхность  $S$ , что приводит к интегрированию:

$$\Phi_B = \int_S d\Phi_B = \int_S B \cos \alpha dS = \int_S \vec{B} d\vec{S}.$$

### Теорема Гаусса для магнитного поля

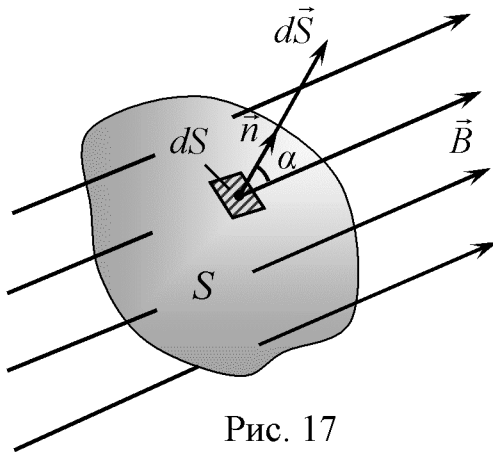


Рис. 17

Для произвольной замкнутой поверхности  $S$  (рис. 17) поток вектора индукции  $\vec{B}$  магнитного поля через эту поверхность  $S$  можно рассчитать по формуле:

$$\Phi_B = \int_S d\Phi_B = \int_S B \cos \alpha dS = \int_S \vec{B} d\vec{S}.$$

С другой стороны, число линий магнитной индукции, входящих внутрь объема, ограниченного этой замкнутой поверхностью, равно числу линий, выходящих из этого объема (рис. 17).

Поэтому, с учетом того, что поток вектора индукции  $\vec{B}$  магнитного поля считается положительным, если силовые линии выходят из поверхности  $S$ , и отрицательным для линий, входящих в поверхность  $S$ , суммарный поток  $\Phi_B$  вектора  $\vec{B}$  через произвольную замкнутую поверхность  $S$  равен нулю, т.е.:

$$\Phi_B = \oint_S d\Phi_B = \oint_S B \cos \alpha dS = \oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0,$$

что составляет формулировку теоремы Гаусса для магнитного поля.

### Явление электромагнитной индукции. Закон Фарадея

Явление возникновения электрического тока в замкнутом проводящем контуре в результате изменения магнитного потока, пронизывающего этот контур, называется **явлением электромагнитной индукции**. Возникновение индукционного электрического тока в контуре указывает на наличие в этом контуре электродвижущей силы, называемой **электродвижущей силой (ЭДС) электромагнитной индукции**.

Согласно **закону Фарадея** величина ЭДС электромагнитной индукции  $\mathcal{E}_i$  определяется только скоростью изменения магнитного потока, пронизывающего проводящий контур, а именно:

величина ЭДС электромагнитной индукции  $\mathcal{E}_i$  прямо пропорциональна скорости изменения магнитного потока, пронизывающего проводящий контур:

$$\mathcal{E}_i \sim \frac{d\Phi_B}{dt} \quad (\text{закон Фарадея}).$$

Направление индукционного тока в контуре определяется по **правилу Ленца**: индукционный ток в контуре всегда имеет такое направление, что создаваемое этим током магнитное поле препятствует изменению магнитного потока, вызвавшему этот индукционный ток.

**Закон Фарадея с учетом правила Ленца** можно сформулировать следующим образом: величина ЭДС электромагнитной индукции  $\mathcal{E}_i$  в контуре численно равна и противоположна по знаку скорости изменения магнитного потока через поверхность, ограниченную этим контуром, то есть:

$$\mathcal{E}_i = - \frac{d\Phi_B}{dt} \quad (\text{закон Фарадея с учетом правила Ленца}).$$

### Тема 6. Электромагнитные колебания в колебательном контуре.

#### Уравнение свободных незатухающих гармонических колебаний

**Колебательный контур** – это электрическая цепь, состоящая из включенных последовательно катушки индуктивностью  $L$ , конденсатора емкостью  $C$  и резистора сопротивлением  $R$ . В **идеальном колебательном контуре** считается, что сопротивление  $R$  пренебрежимо мало ( $R \approx 0$ ), что позволят в **идеальном контуре** (рис. 18), состоящем только из катушки индуктивности и конденсатора, получить незатухающие электромагнитные колебания.

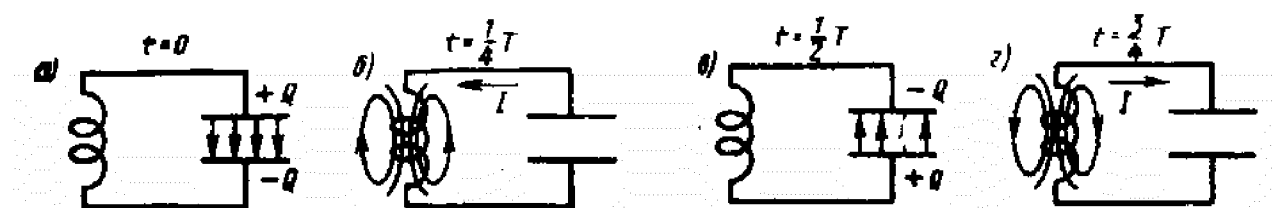


Рис. 18

Для возбуждения в контуре колебаний предварительно заряжают конденсатор, сообщая его обкладкам заряд  $\pm q$ . Тогда в начальный момент времени  $t=0$  (рис. 18, а) между обкладками конденсатора возникнет электрическое поле. Если замкнуть конденсатор на катушку индуктивности, конденсатор начнет разряжаться, и в контуре потечет возрастающий со временем ток  $I$ . Когда конденсатор полностью разрядится, энергия электрического поля конденсатора полностью перейдет в энергию магнитного поля катушки (рис. 18, б). Начиная с этого момента ток в контуре будет убывать, и, следовательно, начнет ослабевать магнитное поле катушки, тогда в ней согласно закону Фарадея индуцируется ток, который течет в соответствии с правилом Ленца в том же направлении, что и ток разрядки конденсатора. Конденсатор начнет перезаряжаться, возникнет электрическое поле, стремящееся ослабить ток, который, в конце концов, обратится в нуль, а заряд на обкладках конденсатора достигнет максимума (рис. 18, в). Далее те же процессы начнут протекать в обратном направлении (рис. 18, г), и система к моменту времени  $t=T$  ( $T$  – период колебаний) придет в первоначальное состояние (рис. 18, а). После этого начнется повторение рассмотренного цикла разрядки и зарядки конденсатора, то есть начнутся периодические незатухающие колебания величины заряда  $q$  на обкладках конденсатора, напряжения  $U_C$  на конденсаторе и силы тока  $I$ , текущего через катушку индуктивности. Согласно закону Фарадея напряжение  $U_C$  на конденсаторе определяется скоростью изменения силы тока в катушке индуктивности идеального контура, то есть:

$$U_C = \varepsilon_s = -L \frac{dI}{dt}.$$

Исходя из того, что  $U_C = q/C$ , а  $I = dq/dt$ , получаем **дифференциальное уравнение свободных незатухающих гармонических колебаний** величины заряда  $q$  на обкладках конденсатора:

$$\frac{d^2 q}{dt^2} = -\frac{1}{LC} q \quad \text{или} \quad \frac{d^2 q}{dt^2} + \omega_0^2 q = 0.$$

Решением этого дифференциального уравнения является функция  $q(t)$ , то есть **уравнение свободных незатухающих гармонических колебаний** величины заряда  $q$  на обкладках конденсатора:

$$q(t) = q_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0),$$

где  $q(t)$  – величина заряда на обкладках конденсатора в момент времени  $t$ ;  
 $q_0$  – амплитуда колебаний заряда на обкладках конденсатора;

$\omega_0$  – круговая (или циклическая) частота колебаний ( $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ );

$\omega_0 = 2\pi/T$  ( $T$  – период колебаний,  $T = 2\pi\sqrt{LC}$  – **формула Томсона**);

$(\omega_0 t + \varphi_0)$  – фаза колебаний в момент времени  $t$ ;

$\varphi_0$  – начальная фаза колебаний, то есть фаза колебаний в момент времени  $t=0$ .

### Тема 7. Уравнение свободных затухающих гармонических колебаний.

В реальном колебательном контуре учитывается, что, кроме катушки индуктивностью  $L$ , конденсатора емкостью  $C$ , в цепи также имеется резистор сопротивлением  $R$ , отличным от нуля, что является причиной затухания колебаний в реальном колебательном контуре. Свободные **затухающие колебания** – колебания, амплитуда которых из-за потерь энергии реальной колебательной системой с течением времени уменьшается.

Для цепи реального колебательного контура напряжения на последовательно включенных конденсаторе емкостью  $C$  и резисторе сопротивлением  $R$  складываются. Тогда с учетом закона Фарадея для цепи реального колебательного контура можно записать:

$$U_C + IR = \varepsilon_S = -L \frac{dI}{dt},$$

где  $\varepsilon_S$  – электродвижущая сила самоиндукции в катушке;

$U_C$  – напряжение на конденсаторе ( $U_C = q/C$ );

$IR$  – напряжения на резисторе.

Исходя из того, что  $I = dq/dt$ , получаем **дифференциальное уравнение свободных затухающих гармонических колебаний** величины заряда  $q$  на обкладках конденсатора:

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC} q = 0 \quad \text{или} \quad \frac{d^2 q}{dt^2} + 2\delta \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = 0,$$

где  $\delta$  – коэффициент затухания колебаний ( $\delta = \frac{R}{2L}$ ),  $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$ .

Решением полученного дифференциального уравнения является функция  $q(t)$ , то есть **уравнение свободных затухающих гармонических колебаний** величины заряда  $q$  на обкладках конденсатора:

$$q(t) = q_0 e^{-\delta t} \cos(\omega t + \varphi),$$

где  $q(t)$  – величина заряда на обкладках конденсатора в момент времени  $t$ ;

$q_0 e^{-\delta t}$  – амплитуда затухающих колебаний заряда на обкладках конденсатора в момент времени  $t$ ;

$q_0$  – начальная амплитуда затухающих колебаний заряда на обкладках конденсатора;

$\omega$  – круговая (или циклическая) частота колебаний ( $\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$ );

$(\omega t + \varphi)$  – фаза затухающих колебаний в момент времени  $t$ ;

$\varphi$  – начальная фаза затухающих колебаний.

## Тема 8. Электромагнитные волны. Вектор Умова-Пойнтинга

Согласно теории Максвелла электромагнитные поля могут существовать в виде электромагнитных волн, фазовая скорость  $\nu$  распространения которых определяется выражением:

$$\nu = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \mu}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon \mu}},$$

где  $\varepsilon_0$  и  $\mu_0$  – соответственно электрическая и магнитная постоянные,  $\varepsilon$  и  $\mu$  – соответственно электрическая и магнитная проницаемости среды,  $c$  – скорость света в вакууме ( $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$ ).

В вакууме ( $\varepsilon = 1$ ,  $\mu = 1$ ) скорость распространения электромагнитных волн совпадает со скоростью света ( $c$ ), что согласуется с теорией Максвелла о том, что свет представляет собой электромагнитные волны.

По теории Максвелла **электромагнитные волны** являются **поперечными**, то есть векторы  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  напряженностей электрического и магнитного полей взаимно перпендикулярны и лежат в плоскости, перпендикулярной вектору  $\vec{\nu}$  скорости распространения волны, причем векторы  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$  и  $\vec{\nu}$  образуют правовинтовую систему (рис. 19).

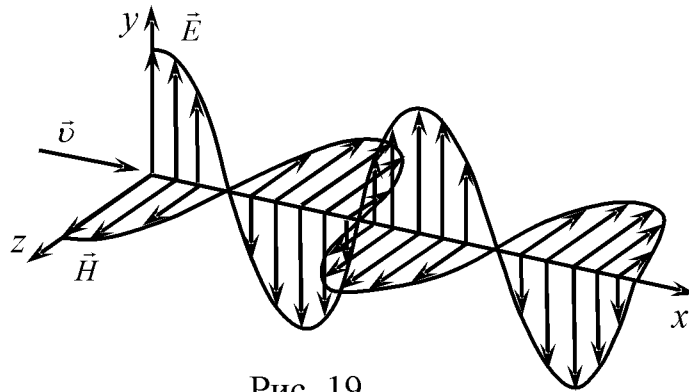


Рис. 19

Из теории Максвелла следует также, что в электромагнитной волне векторы  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  колеблются в одинаковых фазах (рис. 19), то есть значения напряженностей  $E$  и  $H$  электрического и магнитного полей одновременно достигают максимума и одновременно обращаются в нуль, причем мгновенные значения  $E$  и  $H$  связаны соотношением:

$$\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon} E = \sqrt{\mu_0 \mu} H.$$

**Уравнение плоской монохроматической электромагнитной волны** (индексы  $y$  и  $z$  при  $E$  и  $H$  подчеркивают лишь то, что векторы  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  направлены вдоль взаимно перпендикулярных осей в соответствии с рис. 19):

$$E_y = E_0 \cos(\omega t - kx + \varphi),$$

$$H_z = H_0 \cos(\omega t - kx + \varphi),$$

где  $E_0$  и  $H_0$  – соответственно амплитуды напряженностей электрического и магнитного полей,

$\omega$  – круговая частота волны,  $\omega = 2\pi / T$  ( $T$  – период колебаний),

$k$  – волновое число,  $k = 2\pi / \lambda$  ( $\lambda$  – длина волны),

$\varphi$  – начальная фаза колебаний (начальная фаза колебаний  $\varphi$  имеет одинаковое значение как для колебания электрического, так и магнитного векторов, так как в электромагнитной волне эти колебания происходят в одинаковых фазах).

**Энергия электромагнитных волн.** Электромагнитные волны переносят энергию. Объемная плотность  $w$  энергии электромагнитной волны складывается из объемных плотностей  $w_{эл}$  электрического и  $w_m$  магнитного полей:

$$w = w_{эл} + w_m = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} + \frac{\mu_0 \mu H^2}{2}.$$

Учитывая выражение связи между величинами  $E$  и  $H$ , можно получить, что суммарная плотность энергии электрического и магнитного полей:

$$w = \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \sqrt{\varepsilon \mu} EH.$$

Умножив плотность энергии  $w$  на скорость  $v$  распространения волны в среде, получим модуль плотности потока энергии:

$$S = w v = EH.$$

Так как векторы  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  взаимно перпендикулярны, то произведение  $EH$  совпадает с модулем вектора  $[\vec{E} \vec{H}]$  ( $[\vec{E} \vec{H}]$  – векторное произведение векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$ ). Кроме того, направление вектора  $[\vec{E} \vec{H}]$  совпадает с направлением распространения волны, то есть с направлением переноса энергии, что позволило ввести вектор  $\vec{S}$ , равный векторному произведению  $[\vec{E} \vec{H}]$ , как **вектор плотности потока электромагнитной энергии**, называемый **вектором Умова–Пойнтинга**:

$$\vec{S} = [\vec{E} \vec{H}].$$

Модуль вектора  $\vec{S}$  равен энергии, переносимой электромагнитной волной за единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную направлению распространения волны.



## Тема 9. Волновая теория света. Интерференция света. Метод Юнга

**Интерференцией** волн называется явление усиления колебаний в одних точках пространства и ослабления колебаний в других точках в результате наложения двух или более волн, приходящих в эти точки. При наложении двух (или нескольких) световых волн происходит пространственное перераспределение светового потока, в результате чего в одних местах возникают максимумы, а в других – минимумы интенсивности. Необходимым условием наблюдения устойчивой интерференционной картины является **когерентность** складываемых волн. **Когерентными** называются волны одинаковой частоты, колебания в которых отличаются постоянной во времени разностью фаз.

Для получения когерентных световых волн применяют метод разделения волны, излучаемой одним источником, на две части, которые после прохождения разных *оптических путей* накладываются друг на друга, и в результате наблюдается интерференционная картина.

Произведение геометрической длины  $s$  пути световой волны в данной среде на показатель  $n$  преломления этой среды называется **оптической длиной пути  $L$** , а величина  $\Delta = L_2 - L_1$  (разность оптических длин проходимых волнами путей) называется **оптической разностью хода**.

### Условия интерференционного максимума и минимума

Если оптическая разность хода  $\Delta$  равна целому числу длин волн  $\lambda_0$ , т.е.

$$\Delta = \pm m \lambda_0 \quad (m = 0, 1, 2, \dots),$$

то колебания, возбуждаемые в точке  $M$  обеими волнами, будут происходить в одинаковой фазе, и в точке  $M$  будет наблюдаться **интерференционный максимум** ( $m$  – порядок интерференционного максимума).

Если же оптическая разность хода  $\Delta$  равна полуцелому числу длин волн  $\lambda_0$ , т.е.

$$\Delta = \pm (2m + 1) \frac{\lambda_0}{2} \quad (m = 0, 1, 2, \dots),$$

то колебания, возбуждаемые в точке  $M$  обеими волнами, будут происходить в противофазе, и в точке  $M$  будет наблюдаться **интерференционный минимум** ( $m$  – порядок интерференционного минимума).

В качестве примера интерференции световых волн рассмотрим метод Юнга.

**Метод Юнга.** Для наблюдения интерференции света когерентные световые пучки получают разделением и последующим сведением световых лучей, исходящих из одного и того же источника. Источником света служит ярко освещенная щель  $S$  (рис. 20), от которой световая волна падает на две узкие равноудаленные щели  $S_1$  и  $S_2$ , параллельные щели  $S$ . Таким образом, щели  $S_1$  и  $S_2$  играют роль когерентных источников, а интерференционная картина наблюдается на экране ( $\mathcal{E}$ ), расположенном на некотором расстоянии  $l$  от щелей  $S_1$  и  $S_2$  (рис. 20). Щели  $S_1$  и  $S_2$  находятся на расстоянии  $d$  друг от друга (рис. 20), причем  $l \gg d$ .

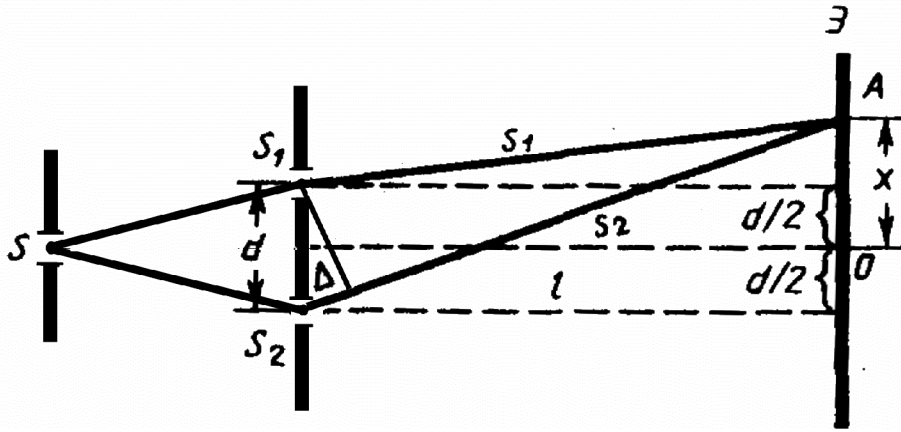


Рис. 20

Интерференция рассматривается в произвольной точке  $A$  на экране, расположенной на расстоянии  $x$  от точки  $O$ , симметричной относительно щелей и принятой за начало отсчета величины  $x$ . Интенсивность света в точке  $A$  определяется оптической разностью хода лучей:  $\Delta = s_2 - s_1$ .

Согласно рисунку 20 :

$$s_2^2 = l^2 + \left(x + \frac{d}{2}\right)^2; \quad s_1^2 = l^2 + \left(x - \frac{d}{2}\right)^2, \quad \text{откуда} \quad s_2^2 - s_1^2 = 2xd \quad \text{или}$$

$$\Delta = s_2 - s_1 = \frac{2xd}{s_1 + s_2}.$$

Из условия  $l \gg d$  следует, что  $s_1 + s_2 \approx 2l$ , Тогда

$$\Delta = \frac{d}{l}x.$$

Согласно этому соотношению и условиям наблюдения **интерференционных максимумов и минимумов** положения максимумов ( $x_{max}$ ) и минимумов ( $x_{min}$ ) интенсивности на экране в методе Юнга определяются следующим образом:

$$x_{max} = \pm m \frac{l}{d} \lambda_0 \quad (m = 0, 1, 2, \dots),$$

$$x_{min} = \pm \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{l}{d} \lambda_0 \quad (m = 0, 1, 2, \dots).$$

Расстояние между двумя соседними максимумами (или минимумами)  $\Delta x$  называется **шириной интерференционной полосы** и равно:

$$\Delta x = \frac{l}{d} \lambda_0.$$

Из этого соотношения следует, что величина  $\Delta x$  зависит от длины волны  $\lambda_0$ . Поэтому, четкая интерференционная картина, представляющая собой чередование на экране светлых и темных полос, возможна только при использовании **монохроматического света**, то есть света определенной длины волны  $\lambda_0$ .

## Тема 10. Дифракция света. Дифракция Френеля

**Дифракцией** называется огибание волнами препятствий. **Дифракцию** света определяют как любое отклонение распространения света вблизи препятствий от законов геометрической оптики. Благодаря дифракции волны попадают в область геометрической тени, проникают через небольшие отверстия и т. д.

Явление дифракции объясняется с помощью **принципа Гюйгенса**, согласно которому каждая точка, до которой доходит волна, служит центром вторичных волн, а огибающая этих волн задает положение волнового фронта.

Френель дополнил принцип Гюйгенса идеей интерференции вторичных волн.

Согласно **принципу Гюйгенса – Френеля** световая волна, возбуждаемая каким-либо источником  $S$ , может быть представлена как *результат суперпозиции когерентных вторичных волн*, «излучаемых» фиктивными источниками. Такими источниками могут служить, например, бесконечно малые элементы любой замкнутой поверхности, охватывающей источник  $S$ . Если в качестве таковой выбрать одну из **волновых поверхностей** (**волновой поверхность** – это геометрическое место точек, колебания в которых происходят в одинаковой фазе), то все бесконечно малые элементы этой замкнутой поверхности, как фиктивные источники, действуют синфазно. Это свойство фиктивных источников когерентных вторичных волн использовано в методе зон Френеля при изучении дифракции сферических волн.

**Метод зон Френеля.** Найдем в произвольной точке  $M$  амплитуду световой волны, распространяющейся от точечного источника света  $S$  (рис. 21).

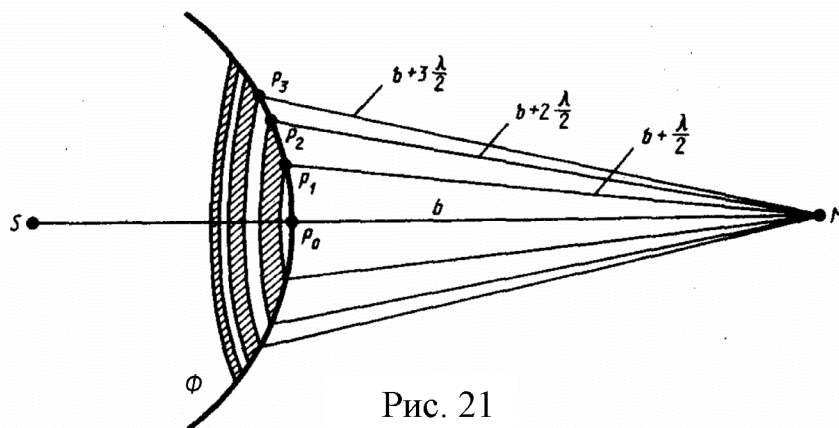


Рис. 21

Френель разбил волновую поверхность  $\Phi$ , являющуюся сферической поверхностью с центром в точке  $S$ , на кольцевые зоны (зоны Френеля) такого размера, чтобы расстояния от краев соседних зон до точки  $M$  отличались на  $\lambda/2$  (рис. 21). Так как колебания от соседних зон проходят до точки  $M$  расстояния, отличающиеся на  $\lambda/2$ , то в точке  $M$  они приходят в противофазе и при наложении взаимно ослабляют друг друга. Поэтому амплитуда  $A$  результирующего колебания в точке  $M$ :

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots \pm A_n,$$

где  $A_1, A_2, \dots, A_n$  – амплитуды колебаний, идущих от 1-ой, 2-ой, ...,  $n$ -ной зоны.

В результате сложения амплитуда  $A$  результирующего светового колебания в точке  $M$  оказалась равной половине амплитуды  $A_1$  центральной зоны Френеля:

$A = A_1 / 2$ . То есть, амплитуда светового колебания, идущего только от одной центральной зоны Френеля вдвое больше, чем амплитуда результирующего светового колебания при полностью открытом волновом фронте. Этот эффект подтвержден экспериментально с помощью **зонных пластинок**, на практике, стеклянных пластинок, построенных по методу зон Френеля. Зонные пластинки состоят из чередующихся прозрачных (для нечетных зон Френеля) и непрозрачных (для четных зон Френеля) концентрических колец. В этом случае результирующая амплитуда  $A$  ( $A = A_1 + A_3 + A_5 + \dots$ ) больше, чем при полностью открытом волновом фронте. Опыт подтвердил, что зонные пластинки увеличивают освещенность в точке  $M$ , действуя подобно собирающей линзе.

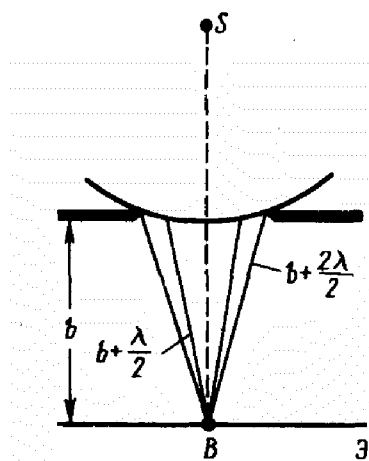


Рис. 22

### Дифракция Френеля на круглом отверстии.

Сферическая волна, распространяющаяся из точечного источника  $S$ , встречает на своем пути круглое отверстие (рис. 22). Дифракционная картина на экране зависит от числа зон Френеля, открытых круглым отверстием. После разбиения открытой части волновой поверхности  $\Phi$  на зоны Френеля для точки  $B$ , лежащей на экране (рис. 22), определяют число открытых зон. Если число открытых зон Френеля четное, то в точке  $B$  наблюдается темное пятно, так как колебания от каждой пары соседних зон Френеля взаимно гасят друг друга. Если же число открытых зон Френеля нечетное, то в точке  $B$  будет светлое пятно.

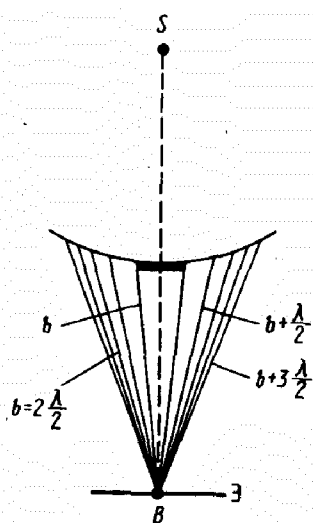


Рис. 23

### Дифракция Френеля на диске.

Сферическая волна, распространяющаяся от точечного источника  $S$ , встречает на своем пути диск (рис. 23). Пусть для точки  $B$ , лежащей на линии, соединяющей источник  $S$  с центром диска, после разбиения волновой поверхности  $\Phi$  на зоны Френеля окажутся закрытыми диском  $m$  первых зон Френеля. Тогда амплитуда  $A$  результирующего колебания в точке  $B$  равна:  $A = A_{m+1} / 2$ , то есть в точке  $B$  будет светлое пятно, соответствующее действию половины первой открытой зоны Френеля.

### Тема 11. Дифракция света. Дифракция Фраунгофера

Фраунгофер рассмотрел дифракцию плоских световых волн, или дифракцию в параллельных лучах, которую можно наблюдать в том случае, если источник света и точка наблюдения бесконечно удалены от препятствия, вызвавшего дифракцию. Чтобы этот тип дифракции осуществить, достаточно точечный

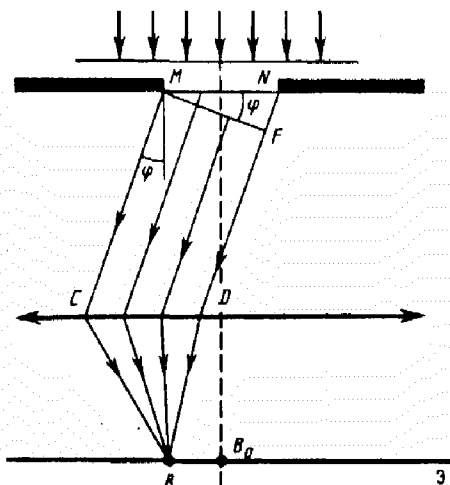


Рис. 24

источник света поместить в фокусе собирающей линзы, а дифракционную картину исследовать в фокальной плоскости второй собирающей линзы, установленной за препятствием. Если плоская монохроматическая световая волна падает нормально плоскости узкой щели шириной  $a$  (рис. 24), то оптическая разность хода  $\Delta$  между крайними лучами  $MC$  и  $ND$ , идущими от щели в произвольном направлении  $\varphi$  ( $\varphi$  – угол дифракции):  $\Delta = NF = a \sin \varphi$ .

Условие наблюдения дифракционного максимума, то есть условие для определенного значения угла дифракции  $\varphi_m$ , для которого в точке  $B$  на экране Э (рис. 24) будет наблюдаться дифракционный максимум:

$$a \sin \varphi = \pm (2m + 1) \frac{\lambda}{2} \quad (m = 1, 2, 3, \dots), \text{ где}$$

$\lambda$  – длина световой волны,  $m$  – порядок дифракционного максимума.

Условие наблюдения дифракционного минимума в точке  $B$  на экране Э:

$$a \sin \varphi = \pm 2m \frac{\lambda}{2} = \pm m \lambda \quad (m = 1, 2, 3, \dots).$$

**Дифракция Фраунгофера на дифракционной решетке.**

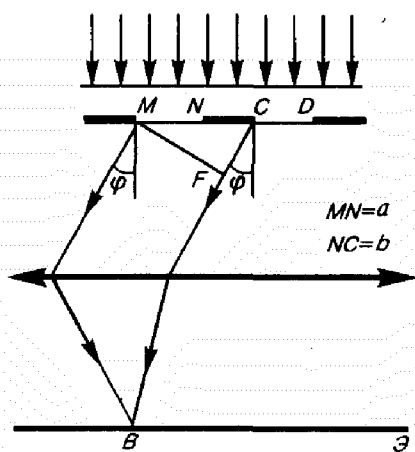


Рис. 25

**Одномерная дифракционная решетка** – это система параллельных щелей равной ширины, лежащих в одной плоскости и разделенных равными по ширине непрозрачными промежутками (рис. 25).

Дифракционная картина на решетке определяется, как результат взаимной интерференции волн, идущих от всех щелей. Если ширина каждой щели равна  $a$ , а ширина непрозрачных участков между щелями  $b$ , то величина  $d = a + b$  называется **постоянной** (или **периодом**) дифракционной решетки.

Пусть плоская монохроматическая волна длиной  $\lambda$  падает нормально к плоскости решетки (рис. 25). Так как щели находятся друг от друга на одинаковых расстояниях, то разности хода лучей  $\Delta$ , идущих от двух соседних щелей, будут для данного направления  $\varphi$  ( $\varphi$  – угол дифракции) одинаковы в пределах всей дифракционной решетки:

$$\Delta = CF = (a + b) \sin \varphi = d \sin \varphi.$$

Действие одной щели будет усиливать действие другой, если будет выполнено условие наблюдения **главных дифракционных максимумов**, которое носит название **формулы дифракционной решетки**:

$$d \sin \varphi = \pm 2m \frac{\lambda}{2} = \pm m \lambda \quad (m = 0, 1, 2, \dots).$$

Кроме главных дифракционных максимумов, на экране будут наблюдаться **главные и дополнительные дифракционные минимумы**.

Наблюдение **главных дифракционных минимумов** интенсивности света, идущего от одной (каждой) щели определяется выполнением условия, рассмотренного выше, для одной щели шириной  $a$ :

$$a \sin \varphi = \pm m \lambda \quad (m = 1, 2, 3, \dots).$$

Вследствие взаимной интерференции световых лучей, посылаемых двумя щелями, на экране возникнут в некоторых направлениях  $\varphi_m$  **дополнительные дифракционные минимумы** при выполнении для этих направлений следующего условия:

$$d \sin \varphi = \pm (2m + 1) \frac{\lambda}{2} \quad (m = 0, 1, 2, \dots).$$

## Тема 12. Дисперсия и поляризация света

**Дисперсией света** называется зависимость показателя преломления  $n$  вещества от частоты  $\nu$  ( $n = f(\nu)$ ) или от длины волны  $\lambda$  ( $n = f(\lambda)$ ) света (рис. 26).

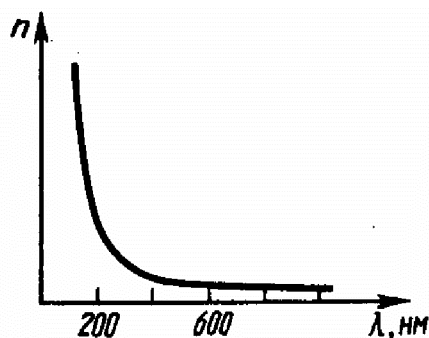


Рис. 26

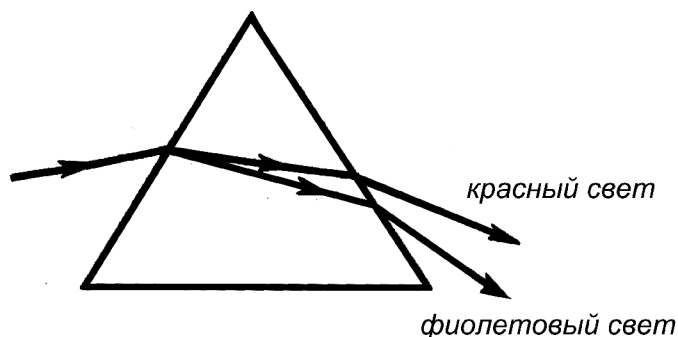


Рис. 27

Следствием дисперсии является разложение в спектр пучка белого света при прохождении его через призму (рис. 27). Так как с увеличением длины волны значение показателя преломления уменьшается (рис. 26), то красные лучи отклоняются призмой слабее, чем фиолетовые (рис. 27).

**Поляризация света.** Световые волны являются поперечными волнами: векторы напряженностей электрического  $\vec{E}$  и магнитного  $\vec{H}$  полей в световой волне взаимно перпендикулярны и колеблются перпендикулярно вектору скорости  $\vec{v}$  распространения волны. Свет – это суммарное электромагнитное излучение множества атомов, каждый из которых излучает световые волны независимо друг от друга. Поэтому световая волна, излучаемая телом, характеризуется всевозможными равновероятными ориентациями вектора  $\vec{E}$ . Такой свет называется **естественным**. Свет, в котором направление колебаний вектора  $\vec{E}$  каким-то образом упорядочено, называется **поляризованным**, а свет, в котором вектор  $\vec{E}$  колеблется только в одном направлении, называется **плоскополяризованным**. Плоскость, проходящая через направление колебаний вектора  $\vec{E}$  плоскополяризованной волны и направление распространения этой волны, называется **плоскостью поляризации**.

Естественный свет можно преобразовать в плоскополяризованный с помощью так называемых **поляризаторов**. В качестве поляризаторов могут быть использованы природные кристаллы, например, турмалин.

Если на пути луча поставить не одну, а две пластинки турмалина  $T_1$  и  $T_2$  (рис. 28) и вращать одну относительно другой вокруг направления луча, то интенсивность света, прошедшего через обе пластинки, меняется в зависимости от угла  $\alpha$  между **оптическими осями**  $OO'$ , определяющими положение плоскостей поляризации двух кристаллов-поляризаторов, по **закону Малюса**:

$$I = I_0 \cos^2 \alpha ,$$

где  $I_0$  и  $I$  – соответственно интенсивности света, падающего на второй кристалл и вышедшего из него.

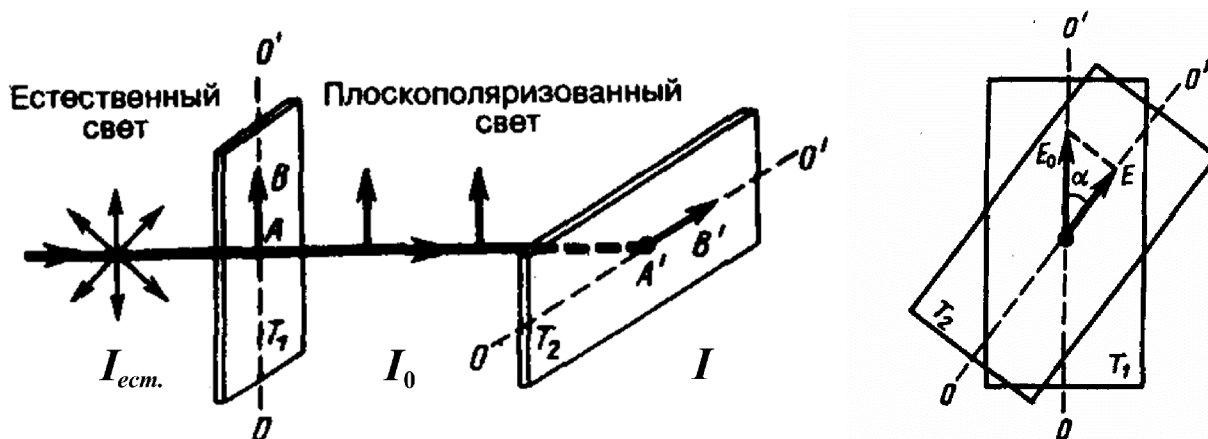


Рис. 28

Пластика  $T_1$ , преобразующая естественный свет в плоскополяризованный, является **поляризатором**. Пластика  $T_2$ , служащая для анализа степени поляризации света, прошедшего **поляризатор**, называется **анализатором**.

### Тема 13. Корпускулярная оптика. Фотоэффект и эффект Комптона

Согласно **квантовой гипотезе Планка-Эйнштейна** свет частотой  $\nu$  испускается, распространяется и поглощается веществом отдельными порциями (квантами), энергия которых  $\varepsilon_0 = h\nu$  ( $h$  – постоянная Планка). Эти локализованные в пространстве дискретные световые кванты, движущиеся со скоростью  $c$  распространения света в вакууме, получили название **фотонов**. Таким образом, распространение света можно рассматривать не как непрерывный волновой процесс, а как поток частиц – **фотонов**. Доказательством этих квантовых (корпускулярных) представлений о свете, как о потоке частиц, являются **фотоэффект** и **эффект Комптона**.

**Внешним фотоэффектом** называется испускание электронов веществом под действием электромагнитного излучения. Явление внешнего фотоэффекта и его закономерности объяснены на основе **квантовой теории фотоэффекта**, согласно которой каждый квант света поглощается только одним электроном.

Энергия  $h\nu$  падающего на металл фотона расходуется на совершение электроном работы выхода  $A$  из металла и на сообщение вылетевшему фотоэлектрону кинетической энергии, то есть по закону сохранения энергии:

$$h\nu = A + \frac{mv_{\max}^2}{2} \quad (\text{уравнение Эйнштейна для внешнего фотоэффекта}).$$

Из этого уравнения следует, что максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона линейно возрастает с увеличением частоты падающего излучения и не зависит от его интенсивности, то есть от числа фотонов. Так как с уменьшением частоты света кинетическая энергия фотоэлектронов уменьшается, то при некоторой частоте  $\nu = \nu_0$  кинетическая энергия фотоэлектронов станет равной нулю и в том случае энергия фотона  $h\nu_0$  равна работе выхода  $A$ , из чего следует, что  $\nu_0 = A/h$  (частота  $\nu_0$  носит название **красной границы фотоэффекта**). При частоте  $\nu < \nu_0$  фотоэффекта не будет.

**Масса и импульс фотона.** Согласно квантовой гипотезе Планка-Эйнштейна, распространение света можно рассматривать как поток частиц – фотонов, энергия которых  $\varepsilon_0 = h\nu$ . Тогда из уравнения Эйнштейна взаимосвязи массы и энергии  $E = mc^2$  следует, что масса фотона:

$$m = \frac{\varepsilon_0}{c^2} = \frac{h\nu}{c^2}.$$

Фотон движется со скоростью света  $c$ , поэтому импульс  $p$  фотона:

$$p = mc = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}.$$

Полученные выражения связывают *корпускулярные* характеристики фотона – массу, импульс и энергию – с *волновой* характеристикой света – его частотой  $\nu$  (или его длиной волны  $\lambda$ ).



Корпускулярные свойства света проявляются в **эффекте Комптона**.

**Эффектом Комптона** называется увеличение длины волны коротковолнового электромагнитного излучения при его упругом рассеянии на свободных электронах вещества. Опыты Комптона показали, что разность длин волн рассеянного ( $\lambda'$ ) и падающего ( $\lambda$ ) электромагнитного излучения, то есть величина  $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$  не зависит от длины волны  $\lambda$  падающего излучения и природы рассеивающего вещества (РВ), а определяется только углом рассеяния  $\theta$ , то есть углом между направлениями лучей до и после рассеяния (рис. 29):

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \lambda_C (1 - \cos \theta),$$

где  $\lambda_C$  – комптоновская длина волны.

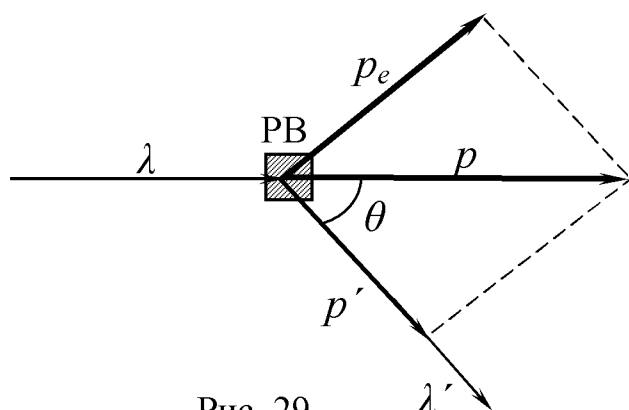


Рис. 29

Эффект Комптона не укладывается в рамки волновой теории света, и его объяснение дано на основе квантовых представлений о природе света. Если рассматривать излучение, как поток фотонов, то эффект Комптона – это результат упругого столкновения рентгеновских фотонов со свободными электронами рассеивающего вещества. В процессе этого столкновения фотон передает электрону часть своей энергии, что ведет к увеличению длины волны при рассеянии фотона.

(На рисунке 29 введены следующие обозначения:  $p$  и  $p'$  – импульсы фотона до и после рассеяния;  $p_e$  – импульс электрона после рассеяния на нем фотона).

Исходя из законов сохранения импульса и энергии для упругого столкновения двух частиц (рис. 29) – налетающего фотона с покоящимся свободным электроном вещества, было получено следующее выражение для величины  $\Delta\lambda$ :

$$\Delta\lambda = \frac{h}{mc} (1 - \cos \theta), \quad \text{где} \quad \frac{h}{mc} = \lambda_C = 2.426 \text{ нм}.$$

Это выражение для величины  $\Delta\lambda$ , полученное на основе корпускулярных представлений о свете, оказалось аналогично приведенному выше выражению для величины  $\Delta\lambda$ , полученному Комптоном экспериментально.

Следовательно, эффект Комптона является экспериментальным доказательством проявления корпускулярных свойств света как потока частиц – фотонов. Итак, рассмотренные явления фотоэффекта и эффекта Комптона служат доказательством квантовых (корпускулярных) представлений о свете как о потоке фотонов, а, с другой стороны, такие явления, как интерференция, дифракция и поляризация света подтверждают волновую природу света. Таким образом, свет, обладая *одновременно* корпускулярными и волновыми свойствами, проявляет так называемый **корпускулярно-волновой дуализм**.

### Тема 14. Тепловое излучение

Излучение света телами, обусловленное их нагреванием, называется **тепловым излучением**. Количественно тепловое излучение характеризуется **спектральной плотностью энергетической светимости тела**, т.е. мощностью излучения с единицы площади поверхности тела в интервале частот единичной ширины:

$$R_{\nu,T} = \frac{dW_{\nu,\nu+d\nu}^{изл}}{d\nu}, \text{ где}$$

$dW_{\nu,\nu+d\nu}^{изл}$  – энергия излучения, испускаемого за единицу времени с единицы площади поверхности тела в интервале частот от  $\nu$  до  $\nu + d\nu$ .

**Спектральную плотность энергетической светимости** можно представить в виде функции длины волны  $\lambda$ , то есть в виде  $R_{\lambda,T}$ , причем:

$$R_{\nu,T} = R_{\lambda,T} \frac{\lambda^2}{c}.$$

С помощью этой формулы можно перейти от  $R_{\nu,T}$  к  $R_{\lambda,T}$  и наоборот.

Зная спектральную плотность энергетической светимости, можно вычислить **интегральную энергетическую светимость**  $R_T$ :

$$R_T = \int_0^{\infty} R_{\nu,T} d\nu.$$

Способность тел поглощать падающее на них излучение характеризуется **спектральной поглощательной способностью**  $A_{\nu,T}$ :

$$A_{\nu,T} = \frac{dW_{\nu,\nu+d\nu}^{погл}}{dW_{\nu,\nu+d\nu}},$$

показывающей, какая доля энергии, приносимой за единицу времени на единицу площади поверхности тела падающими на нее электромагнитными волнами с частотами от  $\nu$  до  $\nu + d\nu$ , поглощается телом.

Тело, способное поглощать полностью при любой температуре всё падающее на него излучение любой частоты, называется **черным телом**. Следовательно, спектральная поглощательная способность **черного тела** для всех частот и температур тождественно равна единице ( $A_{\nu,T}^{\text{ч}} = 1$ ).

**Закон Кирхгофа.** Кирхгоф установил, что отношение спектральной плотности энергетической светимости  $R_{\nu,T}$  к спектральной поглощательной способности  $A_{\nu,T}$  не зависит от природы тела; оно является для всех тел **универсальной функцией**  $r_{\nu,T}$  частоты  $\nu$  (или длины волны  $\lambda$ ) и температуры  $T$ :

$$\frac{R_{\nu,T}}{A_{\nu,T}} = r_{\nu,T}.$$

Для черного тела  $A_{\nu,T}^{\text{ч}} = 1$ , поэтому из закона Кирхгофа вытекает, что **универсальная функция Кирхгофа**  $r_{\nu,T}$  – это спектральная плотность энергетической светимости  $R_{\nu,T}$  черного тела. Тогда выражение для интегральной энергетической светимости черного тела  $R_e$  можно записать в виде:

$$R_e = \int_0^{\infty} r_{\nu,T} d\nu.$$

**Энергетическая светимость черного тела**  $R_e$  зависит только от температуры. **Закон Стефана – Больцмана.** Согласно закону Стефана – Больцмана энергетическая светимость черного тела  $R_e$  зависит от температуры  $T$  следующим образом:  $R_e = \sigma T^4$ , где  $\sigma$  – постоянная Стефана – Больцмана.

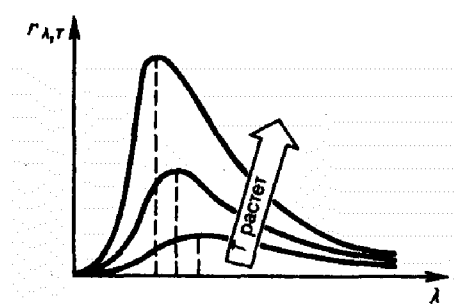


Рис. 30

**Закон смещения Вина.** Из экспериментальных кривых зависимости функции  $r_{\lambda,T}$  от длины волны  $\lambda$  при различных температурах (рис. 30) следует, что распределение энергии в спектре черного тела является неравномерным. Все кривые имеют ярко выраженный максимум, который по мере повышения температуры смещается в сторону более коротких волн.

Согласно **закону смещения Вина**, зависимость длины волны  $\lambda_{\max}$ , соответствующей максимуму функции  $r_{\lambda,T}$ , от температуры имеет вид:

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T}, \text{ где } b \text{ – постоянная Вина.}$$

Это выражение называют **законом смещения Вина**, так как оно показывает **смещение** положения максимума функции  $r_{\lambda,T}$  с изменением температуры  $T$ .

### Тема 15. Теория Бора для атома водорода. Спектр атома водорода

**Постулаты Бора. Первый постулат:** в атоме существуют стационарные (не изменяющиеся со временем) состояния, находясь в которых атом не излучает энергии. Стационарным состояниям атома соответствуют стационарные орбиты, на которых находятся электроны. В стационарном состоянии атома для электрона на круговой орбите значения момента импульса могут принимать только определенный набор дискретных значений, удовлетворяющих условию:

$$m_e v_n r_n = n\hbar \quad (n = 1, 2, 3, \dots), \text{ где}$$

$m_e$  – масса электрона,  $v_n$  – скорость электрона на  $n$ -ой орбите радиуса  $r_n$ ,  $n$  – номер орбиты,  $\hbar = h/2\pi$  ( $h$  – постоянная Планка).

Радиус  $n$ -ой орбиты для атома водорода:  $r_n = n^2 \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{m_e e^2} = n^2 a$ , где

где  $e$  – заряд электрона,  $\epsilon_0$  – электрическая постоянная,

$a$  – радиус первой орбиты ( $n = 1$ ), называемый **первым боровским радиусом**.

**Второй постулат:** при переходе электрона с одной стационарной орбиты на другую излучается (или поглощается) один фотон с энергией  $h\nu$ , равной разности энергий соответствующих стационарных состояний  $E_n$  и  $E_m$ :

$$h\nu = E_n - E_m.$$

При переходе атома из состояния большей энергии в состояние меньшей энергии происходит излучение фотона, а при поглощении фотона происходит переход атома из состояния меньшей энергии в состояние большей энергии.

Дискретность набора значений энергии стационарных состояний  $E_n$  и  $E_m$  предопределяет дискретность набора возможных частот  $\nu$  квантовых переходов между этими состояниями, что обуславливает линейчатость спектра атома.

По теории Бора полная энергия электрона на  $n$ -ой орбите атома водорода:

$$E_n = -\frac{1}{n^2} \cdot \frac{m_e e^4}{8h^2 \varepsilon_0^2}, \quad (n = 1, 2, 3, \dots),$$

Из приведенной формулы следует, что энергетические состояния атома образуют последовательность уровней, энергия которых изменяется в зависимости от значения числа  $n$ , называемое **главным квантовым числом**.

Энергетическое состояние с  $n = 1$  является **основным** состоянием, а состояния с  $n > 1$  являются **возбужденными** состояниями.

Согласно **второму постулату Бора**, при переходе атома водорода из состояния  $n$  в состояние  $m$  с меньшей энергией испускается фотон с энергией  $h\nu$ :

$$h\nu = E_n - E_m = -\frac{m_e e^4}{8h^2 \varepsilon_0^2} \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right),$$

откуда частота  $\nu$  квантового перехода в спектре испускания атома водорода:

$$\nu = R \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad \text{где } R - \text{постоянная Ридберга } (R = \frac{m_e e^4}{8h^3 \varepsilon_0^2}).$$

Числа  $m$  ( $m = 1, 2, 3, \dots$ ) и  $n$  ( $n = m + 1, m + 2, m + 3, \dots$ ) определяют номера электронных орбит в атоме, между которыми происходит квантовый переход.

Приведенная формула описывает серии линий в спектре испускания атома водорода (рис. 31), где  $m$  определяет серию ( $m = 1, 2, 3, \dots$ ), а  $n$  определяет отдельные линии соответствующей серии ( $n = m + 1, m + 2, m + 3, \dots$ ).

### Спектр испускания атома водорода.

В ультрафиолетовой области спектра атома водорода наблюдается

$$\text{серия Лаймана } (m = 1): \quad \nu = R \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (n = 2, 3, 4, \dots).$$

В видимой области спектра атома водорода наблюдается

$$\text{серия Бальмера } (m = 2): \quad \nu = R \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (n = 3, 4, 5, \dots).$$

В инфракрасной области спектра атома водорода наблюдаются:

серия Пашена ( $m = 3$ ):  $\nu = R \left( \frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (n = 4, 5, 6, \dots);$

серия Брэкета ( $m = 4$ ):  $\nu = R \left( \frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (n = 5, 6, 7, \dots);$

серия Пфунда ( $m = 5$ ):  $\nu = R \left( \frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (n = 6, 7, 8, \dots);$

серия Хэмфри ( $m = 6$ ):  $\nu = R \left( \frac{1}{6^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (n = 7, 8, 9, \dots).$

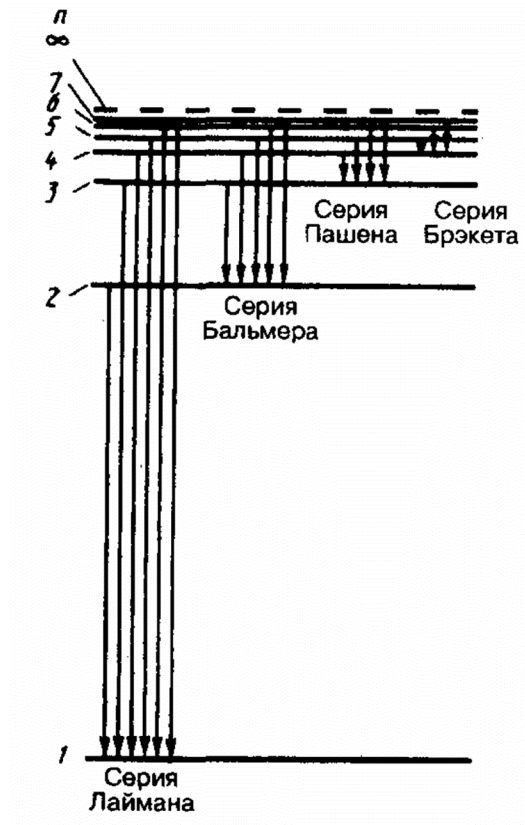


Рис. 31.

Таким образом, квантовая теория атома, созданная Бором, позволила описать экспериментально наблюдаемые атомные спектры поглощения и испускания.

**Вопросы к экзамену**  
по второй части двухсеместрового курса физики  
(Электричество и магнетизм. Волновая и квантовая оптика)

1. Теорема Остроградского - Гаусса для электростатического поля.
2. Напряженность. Работа сил электростатического поля. Потенциал. Связь между потенциалом и напряженностью электростатического поля.
3. Магнитное поле. Закон Био-Савара-Лапласа. Индукция линейного и кругового тока.
4. Действие магнитного поля на проводник с током (закон Ампера) и на движущийся заряд (сила Лоренца).
5. Магнитный поток. Теорема Гаусса для магнитного поля. Явление электромагнитной индукции.
6. Электромагнитные колебания. Колебательный контур. Уравнение свободных незатухающих гармонических колебаний.
7. Электромагнитные колебания. Колебательный контур. Уравнение свободных затухающих гармонических колебаний.
8. Электромагнитные волны. Вектор Умова-Пойнтинга.
9. Волновая теория света. Интерференция света. Метод Юнга.
10. Дифракция света. Принцип Гюйгенса-Френеля. Метод зон Френеля. Дифракция Френеля на круглом отверстии и на диске.
11. Дифракция света. Дифракция Фраунгофера на дифракционной решетке.
12. Дисперсия и поляризация света. Закон Малюса.
13. Корпускулярная теория света. Фотоэффект и эффект Комптона.
14. Тепловое излучение. Закон Кирхгофа. Закон Стефана-Больцмана. Закон смещения Вина. Квантовая гипотеза Планка.
15. Теория Бора для атома водорода. Постулаты Бора. Спектр атома водорода.

### Дополнительная тема. Уравнения Максвелла для стационарных электрического и магнитного полей

В случае стационарных (то есть неменяющихся во времени) электрического и магнитного полей, происхождение которых связано с покоящимися зарядами для электрического поля и со стационарными токами для магнитного поля, эти поля являются независимыми друг от друга, что позволяет рассматривать их отдельно друг от друга.

**Уравнения Максвелла** – это система уравнений, описывающих природу происхождения и свойства электрического и магнитного полей.

Уравнения Максвелла для стационарных полей:

$$I. \oint_L \vec{E} d\vec{l} = 0 ; \quad II. \oint_S \vec{D} d\vec{S} = q ;$$

$$III. \oint_L \vec{H} d\vec{l} = I ; \quad IV. \oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0 .$$

Рассмотрим каждое уравнение в отдельности.

$$I. \oint_L \vec{E} d\vec{l} = 0 , \text{ то есть циркуляция вектора напряженности } \vec{E}$$

электростатического поля по произвольному замкнутому контуру  $L$  равна нулю.

**Циркуляцией вектора напряженности  $\vec{E}$  электростатического поля** по произвольному замкнутому контуру  $L$  называется интеграл

$$\oint_L E \cos \alpha dl .$$

Для того, чтобы найти циркуляцию вектора напряженности  $\vec{E}$  по произвольному замкнутому контуру  $L$ , необходимо выбрать направление обхода контура, разбить этот контур  $L$  на элементы  $d\vec{l}$ , для каждого элемента  $d\vec{l}$  рассчитать величину  $E \cos \alpha dl$  ( $\alpha$  – угол между векторами  $\vec{E}$  и  $d\vec{l}$ ), а затем все эти величины сложить, что приводит к искомому интегралу.

Однако для электростатического поля циркуляция вектора напряженности  $\vec{E}$  по произвольному замкнутому контуру  $L$  может быть легко получена из формулы работы, совершаемой силами электростатического поля при перемещении пробного заряда  $q_0$  по произвольному замкнутому контуру  $L$ .

С одной стороны, эта работа равна:

$$A = \oint_L dA = \oint_L F \cos \alpha dl ,$$

$$\text{а с учетом того, что } F = q_0 E \text{ эта работа равна: } A = \oint_L dA = q_0 \oint_L E \cos \alpha dl .$$

С другой стороны, эта работа равна нулю, что следует из формулы работы:

$$A_{12} = q_0(\varphi_1 - \varphi_2), \text{ так как для замкнутого контура } \varphi_1 = \varphi_2 .$$

Тогда и циркуляция вектора  $\vec{E}$  по произвольному замкнутому контуру  $L$  тоже равна нулю, то есть:

$$\oint_L E \cos \alpha dl = 0 .$$

Величина  $E \cos \alpha dl$ , где  $\alpha$  – угол между векторами  $\vec{E}$  и  $d\vec{l}$  может быть записана в виде скалярного произведения векторов  $\vec{E}$  и  $d\vec{l}$ , то есть, как  $\vec{E} d\vec{l}$ , а полученное соотношение для циркуляции вектора  $\vec{E}$  примет вид:

$$\oint_L E \cos \alpha dl = \oint_L \vec{E} d\vec{l} = 0 .$$

II.  $\oint_S \vec{D} d\vec{S} = q$ , то есть поток вектора смещения  $\vec{D}$  электростатического

поля через произвольную замкнутую поверхность  $S$  равен алгебраической сумме заключенных внутри этой поверхности зарядов  $q$  ( $q$  – заряд, являющийся источником электростатического поля).

**Вектор электрического смещения  $\vec{D}$**  определяется следующим образом:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E} .$$

**Вектор электрического смещения  $\vec{D}$**  введен для характеристики электростатического поля, так как модуль вектора  $\vec{D}$ , в отличие от модуля вектора напряженности  $\vec{E}$ , не изменяется при переходе из одной диэлектрической среды в другую.

Используя то, что в вакууме  $\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E}$ , **теорема Остроградского-Гаусса для электростатического поля** может быть записана следующим образом:

$$\Phi_D = \oint_S D \cos \alpha dS = \oint_S \vec{D} d\vec{S} = \sum_{i=1}^n q_i = q ,$$

то есть поток вектора смещения  $\vec{D}$  электростатического поля через произвольную замкнутую поверхность  $S$  равен алгебраической сумме заключенных внутри этой поверхности зарядов.

III.  $\oint_L \vec{H} d\vec{l} = I$ , то есть циркуляция вектора  $\vec{H}$  по произвольному замкнутому

контур  $L$  равна алгебраической сумме токов  $I$ , охватываемых этим контуром  $L$  ( $I$  – стационарный ток, являющийся источником постоянного магнитного поля).

Уравнение III для **циркуляции вектора напряженности  $\vec{H}$**  магнитного поля следует из теоремы о **циркуляции вектора магнитной индукции  $\vec{B}$** .

**Циркуляцией вектора магнитной индукции  $\vec{B}$**  по произвольному замкнутому

контур  $L$  называется интеграл:

$$\oint_L B \cos \alpha dl .$$



Для того, чтобы найти циркуляцию вектора магнитной индукции  $\vec{B}$  по произвольному замкнутому контуру  $L$  необходимо выбрать направление обхода контура, разбить этот контур  $L$  на элементы  $d\vec{l}$ , для каждого элемента  $d\vec{l}$  рассчитать величину  $B \cos \alpha dl$  ( $\alpha$  – угол между векторами  $\vec{B}$  и  $d\vec{l}$ ), а затем все эти величины сложить, что приводит к искомому интегралу.

Однако согласно **теореме о циркуляции вектора  $\vec{B}$**  циркуляция вектора  $\vec{B}$  по произвольному замкнутому контуру  $L$  равна произведению магнитной постоянной  $\mu_0$  на алгебраическую сумму токов, охватываемых этим контуром  $L$ :

$$\oint_L B \cos \alpha dl = \mu_0 \sum_{k=1}^n I_k, \text{ где}$$

$n$  – число проводников с токами, охватываемых контуром  $L$ . Положительным считается ток, направление которого образует с направлением обхода по контуру правовинтовую систему, а отрицательным – ток противоположного направления.

Величина  $B \cos \alpha dl$ , где  $\alpha$  – угол между векторами  $\vec{B}$  и  $d\vec{l}$  может быть записана в виде скалярного произведения векторов  $\vec{B}$  и  $d\vec{l}$ , то есть, как  $\vec{B}d\vec{l}$ , а полученное соотношение для циркуляции вектора  $\vec{B}$  примет вид:

$$\oint_L B \cos \alpha dl = \oint_L \vec{B}d\vec{l} = \mu_0 \sum_{k=1}^n I_k.$$

Магнитное поле претерпевает изменения при переходе из одного вещества в другое, что определяется **магнитными свойствами вещества**, которые характеризуются величиной **магнитной проницаемости среды ( $\mu$ )**. Поэтому, кроме вектора индукции  $\vec{B}$  магнитного поля, учитывающего магнитные свойства вещества, для описания магнитного поля введен также и вектор **напряженности  $\vec{H}$**  магнитного поля, причем для однородной изотропной среды вектор магнитной индукции  $\vec{B}$  связан с вектором напряженности  $\vec{H}$ :

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H},$$

где  $\mu_0$  – магнитная постоянная,  $\mu$  – магнитная проницаемость среды.

Поскольку для вакуума  $\mu = 1$ , то с учетом приведенного соотношения может быть получена циркуляция вектора напряженности  $\vec{H}$  по произвольному замкнутому контуру  $L$  в следующем виде:

$$\oint_L H \cos \alpha dl = \oint_L \vec{H}d\vec{l} = \sum_{k=1}^n I_k = I,$$

то есть циркуляция вектора  $\vec{H}$  по произвольному замкнутому контуру  $L$  равна алгебраической сумме токов, охватываемых этим контуром  $L$ .

IV.  $\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0$  , то есть поток вектора индукции  $\vec{B}$  магнитного поля через

произвольную замкнутую поверхность  $S$  равен нулю (**теорема Гаусса**).

Векторные характеристики электростатического поля  $\vec{E}$  и  $\vec{D}$ , используемые в **уравнениях Максвелла**, связаны между собой следующим соотношением:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E} ,$$

где  $\varepsilon_0$  – электрическая постоянная,  $\varepsilon$  – диэлектрическая проницаемость среды.

Векторные характеристики магнитного поля  $\vec{B}$  и  $\vec{H}$ , используемые в **уравнениях Максвелла**, связаны между собой следующим соотношением:

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H} ,$$

где  $\mu_0$  – магнитная постоянная,  $\mu$  – магнитная проницаемость среды.